

1. [2,5p] Serii

a) [0,5p] Pentru seria  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 3^n - 3 \cdot 2^n}{5^{n+1}}$ , să se calculeze suma seriei.

b) Pentru seria de puteri  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2n+7}$ , să se afle:

b1) [0,5p] raza de convergență;

b2) [0,5p] intervalul de convergență.

c)[1p] Să se dezvolte funcția  $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x+3)}$  în serie Taylor în jurul punctului  $a = 2$  și să se stabilească domeniul de convergență.

2. [1p] Determinați punctele de extrem local condiționat ale funcției  $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - 5$ , cu legătura  $x + 2y = 4$ .

2p Un produs a avut următoarele vânzări:

	Nov.	Dec.	Ian.	Feb.	Mar.
$x_i$ (luna)	1	2	3	4	5
$y_i$ (vânzarea)	2	3	5	8	11

Folosind metoda celor mai mici pătrate, să se afle:

a) [1p] cea mai bună aproximare liniară;

b) [0,5p] eroarea de aproximare a modelului;

c) [0,5p] estimarea de vânzare pentru luna Aprilie.

Notă: Se acordă suplimentar 1p pentru deducerea formulelor.

3. [1p]Integrale

a) [0,5p] Folosind eventual integrala Beta, să se calculeze integrala:  $\int_0^1 3x^2(1-x)^2 dx$ .

b)[0,5p] Folosind eventual integrala Gamma, să se calculeze integrala:  $\int_0^{\infty} x^2 e^{-4x} dx$ .

4. [1p] Fie  $A$  și  $B$  două evenimente cu  $P(A) = \frac{7}{15}$  și  $P(A \cup B) = \frac{11}{15}$ .

a) [0,5p] Dacă  $A$  și  $B$  sunt evenimente independente, să se afle  $P(B)$ .

b) [0,5p] Dacă  $A$  și  $B$  sunt incompatibile, să se afle  $P(B)$ .

5. [1p] Se consideră 20 piese dintre care 12 sunt corespunzătoare și 8 necorespunzătoare. Se verifică 3 piese, fără a pune înapoi piesele controlate. Să se afle probabilitatea ca:

a) [0,5p] toate piesele verificate sunt corespunzătoare.

b) [0,5p] prima și a doua piesă să fie necorespunzătoare, iar a treia corespunzătoare.

6. [2p] Se consideră funcția  $f(x) = \begin{cases} ax(2-x), & x \in [0, 2] \\ 0, & x \notin [0, 2] \end{cases}$ .

a) [0,5p] Să se afle constanta  $a$  astfel încât  $f(\cdot)$  să fie densitatea de probabilitate a unei variabile aleatoare  $X$ .

b) [0,5p] Să se afle funcția de repartiție a lui  $X$ .

c) [0,5p] Să se calculeze media și dispersia lui  $X$ .

d) [0,5p] Să se afle  $P\left(X < \frac{3}{2} \mid X > \frac{1}{2}\right)$ .

7. [2p] Într-o cutie sunt 5 piese de același tip, dintre care 4 sunt funcționale iar una nefuncțională. Se extrag două piese și se notează cu  $X$ , respectiv  $Y$  variabilele aleatoare care indică numărul pieselor defecte la prima, respectiv a doua extragere. Se cere:

a) [0,5p] Să se afle repartiția variabilei aleatoare bidimensionale  $(X, Y)$ .

b) [0,5p] Să se afle variabilele aleatoare marginale  $X$  și  $Y$ .

c) [0,5p] Să se decidă dacă variabilele aleatoare marginale sunt independente.

d) [0,5p] Să se calculeze coeficientul de corelație dintre variabilele aleatoare marginale.