

CIG 2013–2014, anul I ID, sem. 1

Matematică I – Teme de curs

Cristian Neculăescu

URL: Platforma I.D.; suplimentar, http://roedu4you.ro/?page_id=149

0.1. Scurtă prezentare

Cursul de Matematică I prezintă două capitole: Analiză Matematică și Teoria Probabilităților. Ambele capitole sunt recunoscute internațional ca fiind fundamentale pentru pregătirea de bază a viitorului economist, indiferent de specializarea urmată. Ambele capitole sunt aplicate în cele 3 zone de interes economic: Microeconomie, Macroeconomie și Econometrie. Cursul de Matematică I prezintă noțiunile matematice în forma lor abstractă, indică pentru fiecare noțiune prezentată interpretări, aplicații și utilizări în cele 3 domenii economice, iar în plus oferă informații de legătură între domenii prin produse software specializate.

Scopul cursului este să explice noțiunile teoretice și să ofere motivații aplicative socio-economice prin intermediul produselor software.

[NF] Nota finală va fi media ponderată a două note:

- [NEF] Nota obținută la examenul scris din sesiune, cu pondere 70%;
- [NAF] Nota obținută pentru activitatea din timpul semestrului, cu pondere 30%.
- $NF = 0.3 \cdot NAF + 0.7 \cdot NEF$.

Activitatea din timpul semestrului va fi compusă din teme cu predare periodică. Vor fi două tipuri de teme: teme obligatorii și teme facultative. Datele de predare ale primelor două teme obligatorii sunt 04.11.2012 [Serii numerice] și 18.11.2012 [funcții reale de mai multe variabile]. Rezolvările temelor vor fi scrise [de mână], scanate și asamblate în fișiere format pdf. Numele fișierelor vor respecta structura: "Tema_I_grupa_Nume_Prenume.pdf". Predarea se va face înainte de datele fixate pentru fiecare temă, prin upload pe site-ul cursului. Temele obligatorii vor primi note [de la 1 la 10], iar nota NAF va fi medie aritmetică a notelor temelor. Temele facultative vor fi luate în considerare numai dacă temele obligatorii au fost predate cu respectarea datelor de predare și au fost notate cu cel puțin nota 7. Formula de calcul va fi:

$$NAF = \frac{TemaO_1 + TemaO_2 + \dots + TemaO_k + TemaF_1 + \dots + TemaF_s}{k}$$

[Conform formulei, este posibil ca din cauza temelor facultative nota NAF să fie mai mare decât 10, iar această notă va putea să îmbunătățească nota finală, mai mult decât 30%]

Examenul scris din sesiune va respecta următoarele caracteristici:

- Subiectele vor fi numai cu răspuns/corectură clasică [nu vor fi subiecte tip grilă], iar punctajul pentru fiecare va fi acordat pentru calitatea și corectitudinea explicării rezolvării.
- Subiectele vor fi similare cu exercițiile temelor din timpul semestrului.
- Subiectele pot conține cerințe de definiții și/sau enunțuri de noțiuni/rezultate teoretice.
- Subiectele nu vor conține cerințe de demonstrații teoretice.
- Subiectele nu vor conține aplicații și/sau interpretări socio-economice.
- Subiectele nu vor conține aspecte legate de computere/produse software.

0.2. Conținutul cursului (similar cursului prezentat pentru învățământul de zi)

I. Noțiuni de Analiză Matematică și aplicații.

I.1 Serii numerice.

I.1.1 Serii cu termeni oarecare. Definiție și criterii de convergență. Condiția necesară de convergență. Exemple și comentarii.

I.1.2 Serii cu termeni pozitivi. Definiție și criterii de convergență [criteriul comparației, criteriul raportului (d'Alembert) și criteriul rădăcinii (Cauchy)]. Exemple și comentarii.

I.1.3 Serii alternate. Definiție și criteriul de convergență Leibniz. Exemple și comentarii.

I.2. Serii de puteri și aplicații.

I.2.1 Serii de puteri. Definiție. Teorema lui Abel. Rază, interval și mulțime de convergență. Moduri de determinare. Exemple și comentarii.

I.2.2 Serii Taylor și serii MacLaurin. Definiții. Dezvoltarea unei funcții în serii Taylor și MacLaurin. Formule, comentarii, exemple și utilitate practică.

I.3. Funcții de două și mai multe variabile.

I.3.1 Funcții. Definiții, semnificații economice, utilitate în modelarea matematică și exemple.

I.3.2 Derivate parțiale și diferențiale de diferite ordine. Definiții, formule și exemple.

I.3.3 Extreme libere. Definiții și metode de determinare. Exemple, comentarii, limite de aplicare și utilitate practică în optimizare.

I.3.4 Extreme condiționate. Definiție, semnificații și determinare [metoda substituției și metoda multiplicatorilor lui Lagrange]. Exemple, comentarii, limite de aplicare și utilitate practică în optimizări.

I.3.5 Metoda celor mai mici pătrate. Ajustare liniară sau parabolică a datelor. Utilitate în previziuni, limite de aplicare și comentarii. Exemple.

I.3.6 Integrale generalizate. Integrale Euleriene (gama și beta).

II. Noțiuni de calculul probabilităților, statistică și aplicații.

II.1 Câmp de evenimente și câmp de probabilitate.

II.1.1 Evenimente, operații cu evenimente, câmp finit de evenimente. Definiții și exemple.

II.1.2 Definiții (clasică și axiomatică) și proprietăți ale probabilității. Câmp finit de probabilitate. Enunțuri, demonstrații, exemple și comentarii.

II.1.3 Probabilitate condiționată. Evenimente independente. Definiții, exemple și comentarii.

II.2 Formule și scheme de calcul al probabilităților.

II.2.1 Formule de înmulțire și formule de adunare. Inegalitatea lui Boole. Formula probabilității totale și formula lui Bayes. Enunțuri, unele demonstrații, limite de aplicare, exemple și comentarii.

II.2.2 Schemele lui Poisson și Bernoulli. Enunțuri, unele demonstrații, exemple și comentarii.

II.3 Variabile aleatoare unidimensionale (discrete și continue).

II.3.1 Definiții și clasificare. Operații cu variabile aleatoare discrete. Exemple și comentarii.

II.3.2 Funcție și densitate de repartiție. Definiții, proprietăți, exemple și comentarii.

II.3.3 Cuantilele variabilelor aleatoare. Caracteristici numerice: momente inițiale și centrate. Proprietăți. Funcția caracteristică. Definiții, proprietăți și exemple.

II.4 Repartiții clasice unidimensionale.

II.4.1 Repartiții discrete (binomială, Poisson, geometrică). Definiții. Indicatori numerici (formule de calcul direct). Exemple și comentarii privind utilitatea lor practică.

II.4.2 Repartiții continue (uniformă, exponențială, normală, hi-pătrat cu n grade de libertate, Student cu n grade de libertate, Pareto). Definiții. Indicatori numerici (formule de calcul direct). Exemple și comentarii privind utilitatea lor practică.

II.5 Variabile bidimensionale discrete.

II.5.1 Repartiție comună și repartiții marginale. Definiții, determinare, exemple și comentarii.

II.5.2 5.2. Covarianță și coeficient de corelație. Definiții, proprietăți, exemple.

II.6 Legea numerelor mari.

II.6.1 Terminologie și tipuri de convergență. Inegalitatea lui Cebâșev. Enunțuri și comentarii.

II.6.2 Teorema lui Cebâșev și teorema lui Bernoulli. Enunțuri, demonstrații și comentarii. Justificarea folosirii frecvențelor relative ca probabilități și a indicatorilor de selecție în sondaje.

0.3. Organizarea temelor și predărilor

0. **Introducere**¹ pentru partea I a cursului Matematică I – Capitolul de Analiză Matematică. Primele două activități și întâlniri vor avea loc în data de 12.10.2013, orele 12,00–13,20 și 13,30–14,50, în sala 2201. Se recomandă parcurgerea întregului material prezentat înainte de întâlniri. Se recomandă aducerea unui stick usb pentru completarea digitală a bibliografiei/materialelor de studiu. Partea II a cursului Matematică I – Capitolul de Teoria Probabilităților – va fi acoperită la întâlnirea din 23.11.2013 [orele 12,00–13,20 și 13,30–14,50 – sala 2201], iar temele vor fi anunțate înainte, în timp util.

(a) (i) Prezentarea cursului MATEMATICĂ I.

¹În paranteze pătrate sunt incluse sugestii de lectură pentru fiecare topic în parte. Următoarele observații sunt valabile pentru toate sugestiile:

- deși sugestiile sunt listate în ordine alfabetică, această ordine nu este întotdeauna și cea mai bună pentru lucru; se recomandă o privire peste toată informația înainte de a începe munca
- aceste sugestii nu sunt singurele locuri unde poate fi găsită informația respectivă
- deși destule dintre sugestii conțin soluții sau răspunsuri, unele sugestii pot fi incomplete (pot să nu conțină toate informațiile necesare). Cu ocazia rezolvării temelor, este sarcina celui care rezolvă tema să facă rezolvări complete. Argumente de genul "rezolvarea mea este incompletă deoarece rezolvarea din textul ... este la fel" nu sunt valide nici pentru teme, nici pentru examen.
- unele sugestii pot conține mai multă informație decât este necesar
- unele sugestii pot conține trimiteri la alte zone de interes | pot folosi informație care se află în altă parte
- sugestiile vor fi completate cu ocazia fiecărei teme

(ii) Cerințe la examen.

(iii) Bibliografie.

Predarea I. [03.11.2013]:

1. Serii numerice, serii de puteri și dezvoltări în serie Taylor [identificarea locațiilor din materialele digitale care pot fi consultate pentru această temă] [citările conțin exerciții, aplicații/interpretări economice și noțiuni teoretice – definiții și rezultate] [pot fi folosite și notele de curs [15]]

(i) Serii numerice, criterii de convergență.

[[1], Cap. 2],

[[4], Sec. 4.4, 4.5, 4.6, 4.7],

[[5], Cap. 6],

[[7], Sec. 5.1],

[[8], Sec. VIII.1],

[[9], VII.4],

[[11], Sec. 3.1],

[[13], Sec. 2.4, 2.5, 2.6],

[[14], Sec. 3.3, pag. 149 – Ermakov test],

[[16], Sec. 3.6, pag. 58, 3.7 pag. 61, 3.8 pag. 63, 3.9 pag. 65, 3.11 pag. 70, 3.12 pag. 71, 3.13 pag. 72, 3.14, pag. 75 + Sec. 4.5].

(ii) Serii de puteri. Teoremele Abel și Cauchy-Hadamard. Proprietăți ale seriilor de puteri.

[[1], Cap. 3],

[[4], Sec. 4.10],

[[5], Sec. 11.3],

[[7], Sec. 5.2],

[[8], Sec. VIII.2],

[[9], IX.2],

[[11], Sec. 3.2],

[[13], Cap. 8],

[[14], Sec. 3.4.1, 3.4.2, 5.8],

[[16], Sec. 3.10 pag. 69, 8.1 pag. 172, 8.2 pag. 178, Sec. 8.3, pag. 182, 8.4, pag. 184
+ Cap. 9]

(iii) Dezvoltări în Serie Taylor. Formule ale restului.

[[1], Cap. 3],

[[3], Sec. 30.2],

[[4], Sec. 4.11],

[[5], Sec. 11.3],

[[7], Sec. 5.3],

[[8], Sec. VIII.3],

[[9], IX.2],

[[11], Sec. 3.2],

[[13], Cap. 8],

[[14], Sec. 3.4.1, 3.4.2, 5.8, 5.8.1, 5.8.2],

[[16], Sec. 3.10 pag. 69, 8.1 pag. 172, 8.2 pag. 178, Sec. 8.3, pag. 182, 8.4, pag. 184
+ Cap. 9]

Predarea 03.11.2013 [85 exerciții]:

Aveți listate mai jos exercițiile care trebuie studiate pentru această temă. Toate exercițiile sunt rezolvate în materialele citate. Tema constă în următoarele sarcini:

- să se explice în scris rezolvarea fiecărui exercițiu,
- să se identifice în materiale rezultatele teoretice folosite pentru rezolvarea exercițiilor,
- să se copieze exact rezultatele teoretice folosite împreună cu citarea exactă a materialului de unde a fost copiat rezultatul [nume, pagină] [dacă unele rezultate/noțiuni sunt folosite de mai multe ori, este suficientă citarea și copierea o singură dată] [pot fi folosite și notele de curs].

Tema va fi predată sub formă de fișier pdf compus din scanările paginilor scrise de mână [scrisul să fie lizibil iar scan-urile să fie suficient de bune calitativ], iar numele fișierului să fie:

03112013_grupa_Nume_Prenume.pdf [un singur prenume este suficient] [Atenție: scrisul de mână din aceste teme poate fi confruntat la examenul final cu lucrarea scrisă care va fi predată la examen]

- (1) (a) (i) Serii numerice, criterii de convergență [53 exerciții].
 [[1], ex. 12, pag. 52 – ex. 23, pag. 68] [12 exerciții],
 [[5], ex. 1, pag. 98 – ex. 17, pag. 108] [17 exerciții]
 [[11], ex. 1.1.1, pag. 108 – ex. 1.1.4, pag. 110, ex. 1.2.1, pag. 111 – ex. 1.2.19, pag. 120, ex. 1.3, pag. 120] [24 exerciții],
- (ii) Serii de puteri. Teoremele Abel și Cauchy-Hadamard. Proprietăți ale seriilor de puteri [16 exerciții].
 [[1], ex. 5, pag. 97 – ex. 9, pag. 101] [5 exerciții],
 [[5], ex. 1, pag. 285 – ex. 6, pag. 288] [6 exerciții],
 [[11], ex. 2.1.1, pag. 123 – ex. 2.1.5, pag. 126] [5 exerciții]
- (iii) Dezvoltări în Serie Taylor. Formule ale restului [16 exerciții].
 [[1], ex. 1, pag. 104 – ex. 6, pag. 111] [6 exerciții],
 [[11], ex. 2.2.1, pag. 126 – ex. 2.2.7, pag. 129, ex. 2.3, pag. 130, ex. 2.4, pag. 130, ex. 2.5, pag. 131] [10 exerciții]

Predarea II. [17.11.2013]:

2. **Funcții reale de mai multe variabile** [o introducere generală în [[3], Cap. 13]] [**identificarea locațiilor din materialele digitale care pot fi consultate pentru această temă**]

- (i) Derivabilitate parțială a funcțiilor de mai multe variabile.

[[1], Sec. 4.2],

[[3], Sec. 14.1, 14.2, 14.3, 14.4, 14.5, 14.6, 14.7],

[[4], Sec. 5.3],

[[5], Sec. 8.1, 8.2],

[[7], Sec. 6.1],

[[8], Sec. VI.3],

[[**9**], VIII.3],

[[**11**], Sec. 3.3],

[[**13**], Cap. 5],

[[**14**], Sec. 7.1, 7.3],

[[**16**], Cap. 5, 9 + Cap. 6]

(ii) Derivate parțiale de ordin superior. Criteriul Schwarz.

[[**1**], Sec. 4.2],

[[**3**], Sec. 14.8],

[[**4**], Sec. 5.4],

[[**5**], Sec. 8.2],

[[**7**], Sec. 6.1],

[[**8**], Sec. VI.7],

[[**9**], VIII.4],

[[**11**], Sec. 3.3],

[[**13**], Cap. 5],

[[**14**], Sec. 7.1, 7.4],

[[**16**], Cap. 5, 9 + Cap. 6]

(iii) Diferențiala unei funcții. Legătura dintre diferențiabilitate, derivabilitate și continuitate. Criteriul lui Young.

[[**1**], Sec. 4.2],

[[**3**], Sec. 14.4, 14.5, 14.7, 14.8],

[[**4**], Sec. 5.5, 5.6],

[[**5**], Sec. 8.1, 8.2],

[[**7**], Sec. 6.1],

[[**8**], Sec. VI.4, VI.5],

[[**9**], VIII.3],

[[**11**], Sec. 3.3],

[[**13**], Cap. 5],

[[**14**], Sec. 7.1, 7.2],

[[**16**], Cap. 5, 9 + Cap. 6]

(iv) Diferențiale de ordin superior. Hessiana și convexitatea funcțiilor.

[[**1**], Sec. 4.2],

[[**3**], Sec. 14.8, Cap. 21],

[[**5**], Sec. 8.1, 8.2],

[[**7**], Sec. 6.1],

[[**8**], Sec. VI.7],

[[**9**], VIII.4],

[[**11**], Sec. 3.3],

[[**13**], Cap. 5],

[[**14**], Sec. 5.6, 7.1, 7.3],

[[**16**], Cap. 5, 9 + Cap. 6]

(v) Puncte de extrem local. Punct staționar. Condiții suficiente de extremalitate.

[[**1**], Sec. 4.3],

[[**3**], Cap. 17, Sec. 30.4],

[[**4**], Sec. 5.8],

[[**5**], Sec. 8.2],

[[**7**], Sec. 6.2.1],

[[**8**], Sec. VI.13, VI.14],

[[**9**], VIII.5],

[[**11**], Sec. 3.4],

[[**13**], Cap. 7],

[[**14**], Sec. 7.6]

(vi) Metoda celor mai mici pătrate

[[**3**], Sec. 17.5],

[[4], Sec. 5.9],

[[7], Sec. 6.3],

[[11], Sec. 3.5].

(vii) [Facultativ, eventual exercițiile vor fi prezentate/predate separat] Funcții implicite,
Teorema funcțiilor implicite.

[[1], Sec. 4.4],

[[3], Cap. 15],

[[5], Sec. 8.3],

[[8], Sec. I.1, II.3, II.5, VI.9],

[[9], VIII.4],

[[13], Sec. 6.1, 6.2],

[[14], Sec. 7.3.1],

[[16], Cap. 5, 9 + Cap. 6].

(viii) Condiții necesare de optimalitate condiționată.

[[1], Sec. 4.3],

[[3], Cap. 18, 19],

[[5], Sec. 8.3],

[[7], Sec. 6.2.2],

[[8], Sec. VI.13, VI.14],

[[9], VIII.5],

[[11], Sec. 3.4],

[[13], Cap. 7],

[[14], Sec. 7.6]

(ix) Condiții suficiente de optimalitate condiționată.

[[1], Sec. 4.3],

[[3], Sec. 19.3, 30.5],

[[5], Sec. 8.3],

[[7], Sec. 6.2.2],

[[8], Sec. VI.13, VI.14],

[[9], VIII.5],

[[11], Sec. 3.4],

[[13], Cap. 7],

[[14], Sec. 7.6]

- (x) [Calcul integral – o recapitulare de metode de liceu în [[5], Sec. 10.1, 10.2], [[8], Cap. IV, V]] Integrale pe intervale necompacte. Criterii de convergență.

[[4], Sec. 6.1, 6.2, 6.3],

[[5], Sec. 10.3],

[[7], Sec. 7.1],

[[8], Sec. V.3, VII.8],

[[11], Sec. 3.6],

[[13], Sec. 9.3],

[[14], Sec. 6.3]

- (xi) Integrala euleriană gamma. Integrala euleriană beta. Integrala Euler – Poisson.

[[4], Sec. 6.4],

[[7], Sec. 7.1],

[[10], Cap. 1, 2],

[[11], Sec. 3.6],

[[14], Sec. 6.4],

[[16], Sec. 8.6, 192]

Predarea 17.11.2013 [83 exerciții] [obligatorie], Predarea facultativă 1 24.11.2013 [95 exerciții], Predarea facultativă 2 01.12.2013 [70 exerciții]:

- (1) (a) (i) [Facultativ 1] Limite, limite iterate, legătura dintre limita globală și limitele iterate. Continuitate parțială și continuitate [25 exerciții].

- [1], Sec. 4.1, pag. 115, ex. 1.–7 [7 exerciții].
- [13], Sec. 3.2, pag. 50, ex. 3.13–3.24 [12 exerciții].
- [13], Sec. 4.3, pag. 59, ex. 4.13–4.18 [6 exerciții].
- (ii) Derivabilitate parțială a funcțiilor de mai multe variabile [14 exerciții].
- [1], Sec. 4.2, pag. 125, ex. 1.–6 [6 exerciții].
- [13], Sec. 5.3², pag. 73, ex. 5.57–5.65, fără 5.61 [8 exerciții];
- (iii) Derivate parțiale de ordin superior. Criteriul Schwarz [8 exerciții].
- [13], Sec. 5.3, pag. 75, ex. 5.61, ex. 5.66–5.72 [8 exerciții].
- (iv) Diferențiala unei funcții. Legătura dintre diferențiabilitate, derivabilitate și continuitate. Criteriul lui Young [9 exerciții].
- [13], Sec. 5.3, pag. 78, ex. 5.73–5.81 [9 exerciții].
- (v) Diferențiale de ordin superior. Hessiana și convexitatea funcțiilor [5 exerciții].
- [13], Sec. 5.3, pag. 78, ex. 5.82–5.84, 5.103–5.104 [5 exerciții].
- (vi) [Facultativ 1] Formula lui Taylor pentru funcții de mai multe variabile [10 exerciții].
- [13], Sec. 5.3, pag. 82, ex. 5.105–5.114 [10 exerciții].
- (vii) Puncte de extrem local. Punct staționar. Condiții suficiente de extremalitate [5 exerciții].
- [[13], Sec. 7.1, pag. 99, ex. 7.1–7.5 [5 exerciții].
- (viii) Metoda celor mai mici pătrate [3 exerciții].
- [11], Partea 3 [Elemente de Analiză Matematică], Cap. 5 [Metoda celor mai mici pătrate], Secțiunea 5.1 [probleme rezolvate], pag. 157, ex. 5.1.1–5.1.3 [3 exerciții].
- (ix) [Facultativ 1] Funcții compuse [18 exerciții].
- [13], Sec. 5.3, pag. 80, ex. 5.85–5.99 [15 exerciții];
- [13], Sec. 5.3, pag. 81, ex. 5.100–5.102 [3 exerciții];
- (x) [Facultativ 1] Transformări regulate. Funcții implicite, Teorema funcțiilor implicite [41 exerciții].

²Secțiunea 5.3, ex. 5.57–5.114 intră toată. Problemele propuse care încep cu * fac toate parte din această secțiune, iar mai jos este explicitată dependența exercițiilor de topicile respective.

- [13], Sec. 6.3, pag. 91, ex. 6.28–6.34 [7 exerciții].
- [13], Sec. 6.4, pag. 93, ex. 6.35–6.41 [7 exerciții].
- [13], Sec. 6.1, pag. 85, ex. 6.1–6.18 [18 exerciții].
- [13], Sec. 6.2, pag. 88, ex. 6.19–6.27 [9 exerciții].
- (xi) Condiții necesare de optimalitate condiționată [6 exerciții].
- [13], Sec. 7.3, pag. 103, ex. 7.9–7.14. [trebuie rezolvate și cu condiții suficiente]
- (xii) Condiții suficiente de optimalitate condiționată.
- [13], Sec. 7.3, pag. 103, ex. 7.9–7.14. [aceleași de la punctul anterior]
- (xiii) [Facultativ 2] Integrale cu parametri pe interval compact [24 exerciții].
- [[5], Sec. 10.3.1] ex.: 1–9 [9 exerciții].
- [[11], Sec. 3.6] ex: 6.1.1 [p.164]–6.1.8 [p. 166] [8 exerciții].
- [[13], Sec. 9.3] ex.: 9.49–9.54, 9.57 [7 exerciții].
- (xiv) Integrale pe intervale necompacte. Criterii de convergență [23 exerciții].
- [[5], Sec. 10.3.1] ex.: 1–9 [9 exerciții].
- [[11], Sec. 3.6] ex: 6.1.1 [p.164]–6.1.8 [p. 166] [8 exerciții].
- [[13], Sec. 9.3] ex.: 9.49–9.54, 9.57 [6 exerciții].
- (xv) Integrala euleriană gamma. Integrala euleriană beta. Integrala Euler – Poisson [10 exerciții].
- [[4], Sec. 6.4] ex: exemplu [p. 138], exemplu [p. 141, 2 integrale], integrala Euler–Poisson și exemplu [p. 142] [4 exerciții].
- [[11], Sec. 3.6] ex: 6.1.9 [p.167]–6.1.14 [p.169] [6 exerciții].
- (xvi) [Facultativ 2] Integrala dublă (coordonate carteziane/polare) [46 exerciții].
- [[5], Sec. 10.6.1] ex.: 1–9 [la fiecare exercițiu se și desenează domeniul] [9 exerciții].
- [[11], Sec. 3.6] ex: 6.3.1 [p.171]–6.3.11 [p. 178] [la fiecare exercițiu se și desenează domeniul] [11 exerciții].
- [[13], Sec. 11.1] ex.: 11.1–11.26 [la fiecare exercițiu se și desenează domeniul] [26 exerciții].

0.3.1. Texte utile pentru Teoria Probabilităților:

[20] – Lectură primară, Teorie și exemple, Capitolul III, pag. 114–199.

[21] – Lectură suplimentară, inclusă pentru a putea fi studiate eventuale aplicații.

[22] – Lectură primară, Exerciții, pag. 104–182.

[4] – Teorie și exemple, Capitolele: 7, 8, 9, 10, 11, pag. 143–217.

[7] Lectură primară, exerciții rezolvate și propuse. Deoarece nu o am disponibilă în format digital, aștept să-mi comunicați pe 23.11 dacă să vă dau teme din ea sau nu.

[24] – Lectură primară, considerată standard internațional; deoarece este în limba Engleză, va fi folosită eventual pentru teme suplimentare.

[25] – Lectură primară, considerată standard internațional; deoarece este în limba Engleză, va fi folosită eventual pentru teme suplimentare.

[26] – Text folositor datorită completitudinii și ansamblului Teorie/Exerciții rezolvate; deoarece este în limba Engleză, va fi folosită eventual pentru teme suplimentare.

[27] – Text folositor datorită completitudinii și ansamblului Teorie/Exerciții rezolvate; deoarece este în limba Engleză, va fi folosită eventual pentru teme suplimentare.

[28] – Text important și cu savoare istorică: este o traducere a articolului original din 1933 care pune bazele actuale ale Teoriei Probabilităților; deoarece este în limba Engleză, va fi folosit eventual pentru teme suplimentare.

[29] – Lectură primară, Teorie, exemple și exerciții, la nivel elementar. Deoarece am găsit pagini lipsă în documentul original, am completat cu alte pagini. Din păcate edițiile sunt diferite, așa că sunt mici inconsistențe. Textul poate fi folosit, iar pe 23.11 voi aduce cu mine și cartea pe care o am.

[30] – Text folositor datorită completitudinii și ansamblului Teorie/Exerciții rezolvate; deoarece este în limba Engleză, va fi folosită eventual pentru teme suplimentare.

[31] – Text folositor datorită completitudinii și ansamblului Teorie/Exerciții rezolvate; deoarece este în limba Engleză, va fi folosită eventual pentru teme suplimentare.

[32] – Text folositor deoarece face trecerea dintre Teoria Probabilităților și Statistică, cu nivel minim de utilizare a Analizei Matematice (nivel Bussines); deoarece este în limba Engleză, va fi folosită eventual pentru teme suplimentare.

0.3.2. Organizarea predărilor.

Predarea 1TP: 08.12.2013

Predarea 2TP: 22.12.2013

Predarea 3TP: 12.01.2014

Recapitulare: 19.01.2014

II. Noțiuni de calculul probabilităților, statistică și aplicații.

II.1 Câmp de evenimente și câmp de probabilitate.

II.1.1 Evenimente, operații cu evenimente, câmp finit de evenimente. Definiții și exemple.

Teme:

[Predarea 1TP] [29], pag. 3–4 (Scurt Istoric), pag. 4–7³ (Cap. I, § 1. Evenimente. Operații cu evenimente): rezumat secțiunii. Să se descrie noțiunile: experiență, probă, eveniment, eveniment elementar, eveniment sigur, eveniment imposibil, mulțimea tuturor evenimentelor elementare. Să se descrie operațiile cu evenimente. Să se descrie legătura dintre operațiile logice, operațiile cu mulțimi și operațiile cu evenimente.

II.1.2 Definiții (clasică și axiomatică) și proprietăți ale probabilității. Câmp finit de probabilitate. Enunțuri, demonstrații, exemple și comentarii.

Teme:

[Predarea 1TP] [29], pag. 7–9 (Cap. I, § 2. Probabilitate) rezumat secțiunii. Să se descrie și să se definească noțiunea de frecvență relativă. Să se definească noțiunile

³Pentru toate secțiunile menționate în continuare, sunt valabile următoarele:

- Toate paginile se referă la numerotările paginilor pdf, nu la paginile cărților
- secțiunile respective sunt considerate în întregime.
- Predările includ rezumatele teoretice ale secțiunilor menționate și toate exercițiile rezolvate în aceste secțiuni.
- Rezumatele nu includ demonstrațiile. Demonstrațiile sunt recomandate, dar nu obligatorii (sunt facultative). Pentru includerea de demonstrații suficient de multe și suficient de bine redactate se va acorda punctaj suplimentar (dacă partea obligatorie a fost și ea rezolvată).

"Câmp finit de probabilitate" și "probabilitate clasică" (probabilitatea asociată unui experiment cu un număr finit de cazuri posibile) și să se enunțe proprietăți ale lor.

[Predarea 1TP] [22], pag. 101–115 (Cap. III, Secțiunea § 3.1. CÂMP DE EVENIMENTE, integral) (§ 3.2. CÂMP DE PROBABILITATE, ex. 1–7)

[Predarea 1TP] Să se rezolve exercițiile 1–22, [29], pag. 9–10

[Predarea 1TP] [20], pag. 118–126 rezumat secțiuni. Să se descrie și să se definească noțiunile: probabilitate axiomatică, corp borelian. Pentru aceste noțiuni, să se enunțe proprietăți ale lor.

II.1.3 Probabilitate condiționată. Evenimente independente. Definiții, exemple și comentarii.

Teme:

[Predarea 1TP] [29], pag. 11–15 Rezumat capitol (Cap. II Probabilități condiționate. Independență) și rezolvare toate exercițiile din capitol.

II.2 Formule și scheme de calcul al probabilităților.

II.2.1 Formule de înmulțire și formule de adunare. Inegalitatea lui Boole. Formula probabilității totale și formula lui Bayes. Enunțuri, unele demonstrații, limite de aplicare, exemple și comentarii.

Teme:

[Predarea 1TP] [20], pag. 125–131 (§ 2. Câmp de probabilitate: 2. Evenimente independente. Probabilitate condiționată, 3. Regula de înmulțire a probabilităților evenimentelor, 4. Formula probabilității totale și formula lui Bayes, 5. Scheme clasice de calcul al probabilității – toate schemele) rezumat secțiuni.

II.2.2 Schemele lui Poisson și Bernoulli. Enunțuri, unele demonstrații, exemple și comentarii.

Teme:

[Predarea 1TP] [29], pag. 16–18 Rezumat capitol (III Scheme de probabilitate) și rezolvare toate exercițiile din capitol.

[Predarea 1TP] [22], pag. 115–132 (§ 3.2. CÂMP DE PROBABILITATE, ex. 8–32)

II.3 Variabile aleatoare unidimensionale (discrete și continue).

II.3.1 Definiții și clasificare. Operații cu variabile aleatoare discrete. Exemple și comentarii.

Teme:

[Predarea 2TP] [29], pag. 18–27 (Cap. IV Variabile aleatoare. Valori medii) rezumat capitol și rezolvare toate exercițiile.

[Predarea 2TP] [20], pag. 131–168 (Cap. III TEORIA PROBABILITATILOR, § 3. Variabile aleatoare), cu precizările:

* subsecțiunile sunt 1–12;

* din secțiunile 6, 10, 11 numai informațiile referitoare la variabile aleatoare bidimensionale discrete;

* facultativ, secțiunea 12 poate fi înlocuită cu secțiunea 5.3 din [32], pag.155–162.

Dezavantajul este că secțiunea este în limba Engleză, iar avantajul este că procedura bazată pe funcția generatoare de momente (Moment Generating Function) nu face apel la numere complexe, așa că este mai simplă decât varianta bazată pe funcție caracteristică)

* rezumat secțiuni.

II.3.2 Funcție și densitate de repartiție. Definiții, proprietăți, exemple și comentarii.

Temă: [este inclusă în cea anterioară]

II.3.3 Cuantilele variabilelor aleatoare. Caracteristici numerice: momente inițiale și centrate.

Proprietăți. Funcția caracteristică. Definiții, proprietăți și exemple.

Temă:

[Predarea 2TP] [22], pag.132–169, (§ 3.3 VARIABILE ALEATOARE; se exclud exercițiile cu variabile aleatoare bidimensionale continue)

II.4 Repartiții clasice unidimensionale.

II.4.1 Repartiții discrete (binomială, Poisson, geometrică). Definiții. Indicatori numerici (formule de calcul direct). Exemple și comentarii privind utilitatea lor practică.

Teme:

[Predarea 2TP] [20], pag. 172–188 (Cap. III TEORIA PROBABILITATILOR, § 4. Repartiții clasice, A. Repartiții unidimensionale discrete, B. Repartiții unidimensionale continue)

II.4.2 Repartiții continue (uniformă, exponențială, normală, hi-pătrat cu n grade de libertate, Student cu n grade de libertate, Pareto). Definiții. Indicatori numerici (formule de calcul direct). Exemple și comentarii privind utilitatea lor practică.

Teme:

[Predarea 2TP] [22], pag.169–177 (§ 3.4. REPARTIȚII CLASICE)

II.5 Variabile bidimensionale discrete.

II.5.1 Repartiție comună și repartiții marginale. Definiții, determinare, exemple și comentarii.

Teme: [este inclusă în cea anterioară]

II.5.2 Covarianță și coeficient de corelație. Definiții, proprietăți, exemple.

Teme: [este inclusă în cea anterioară]

II.6 Legea numerelor mari.

II.6.1 Terminologie și tipuri de convergență. Inegalitatea lui Cebâșev. Enunțuri și comentarii.

Teme:

[Predarea 3TP] [22], pag. 177–179 (§ 3.5. LEGI ALE NUMERELOR MARI SI TEOREME LIMITĂ)

II.6.2 Teorema lui Cebâșev și teorema lui Bernoulli. Enunțuri, demonstrații și comentarii. Justificarea folosirii frecvențelor relative ca probabilități și a indicatorilor de selecție în sondaje.

Teme: [este inclusă în cea anterioară]

Următoarea listă este o listă de titluri bibliografice, în ordine alfabetică. La sfârșitul fiecărei intrări sunt indicate informațiile:

- Tip general [Teorie/Culegere de probleme]
- Capitolele recomandate [recomandarea nu trebuie privită ca o interdicție de a citi alte capitole]
- Alte informații:
 - TE [enunțuri de teorie]
 - TD [teorie cu demonstrații – de obicei conține și TE]
 - ER [exerciții rezolvate]
 - EP [exerciții propuse]
 - RR [recapitulare]
 - SS [suplimentar]
 - AE [Aplicații în Economie]
 - ACS [Aplicații în Informatică/Computer Science]
 - ENG [În limba Engleză]
 - VIP [Titlu foarte important/apreciat din punct de vedere internațional – referință primară internațională]
 - La unele titluri sunt precizate ca note de subsol și detalii despre structura documentelor.

Bibliografie

- [1] Baz, Sorin; Iftimie, Bogdan; Manu-Iosifescu, Liana; Raischi, Constantin: Analiză Matematică, Culegere de probleme pentru anul I, Editura ASE, București, 2000 [Culegere de probleme, integral] [EP, ER].⁴
- [2] Bluman, George, W.: Problem book for first year calculus, Springer, 1984 [ENG, ER, EP, RR, AE, ACS].⁵
- [3] Blume, Lawrence; Simon, Carl, P.: Mathematics for Economists, W. W. NORTON & COMPANY, NEW YORK, LONDON, 1994 + Blume, Lawrence; Simon, Carl, P.: Mathematics for Economists – Answers Pamphlet, W. W. NORTON & COMPANY, NEW YORK, LONDON, 1994 [ENG, VIP, TD, ER, EP, RR, SS, AE].⁶
- [4] Cenușă, Gheorghe; Raischi, Constantin; Șerban, Radu: Matematici pentru economiști, Curs în format digital, Biblioteca digitală ASE [Teorie, Cap. 4, 5, 6] [TD, ER].⁷
- [5] Chiriță, Stan: Probleme de Matematici Superioare, Editura Didactică și Pedagogică, 1989 [Culegere de probleme, Cap. 1, 5, 6, 7, 8, 10, 11] [TE, ER, EP, RR].
- [6] Chiteș, Petriceanu: Manual pentru clasa 11, Ed Teora, 2002 [TD, ER, EP, RR].⁸
- [7] Dedu, Silvia; Șerban, Florentin: Matematici aplicate în economie – culegere de probleme, Tipogrup Press, 2005 [Culegere de probleme, cu mici rezumate teoretice, ER, EP].⁹
- [8] Demidovich, B.: Problems in mathematical analysis, MIR, Moscou, 1970 [ENG, ER, EP, RR].¹⁰

⁴Culegerea nu conține nimic referitor la integrale.

⁵Acest titlu a fost inclus în special pentru exemplele de aplicații în domenii nematematice.

⁶Anexa 4 conține integrale la nivel de clasa a XII-a, și este interesantă pentru recapitulare și pentru interpretări economice ale derivatelor. Nu sunt abordate integrale de nivel mai ridicat.

Anexa 6 (pag. 913|899) conține unele răspunsuri la exerciții. În plus, de la pag. 945 pot fi găsite alte răspunsuri. Sunt exerciții în carte care nu au răspuns inclus.

⁷Textul conține teoria pentru aproape toate temele cursului, iar aproape la fiecare temă există câte un exemplu.

⁸Inclus în special din motive de recapitulare.

⁹Versiunea citată este mai veche decât cea care poate fi găsită în comerț, așa că trimiterele pot fi decalate (din punct de vedere al paginii).

Lucrarea prezintă rezultatul unui efort considerabil din partea autorilor, de acoperire a nivelului de bază necesar pentru cursurile de Matematică ale anului I din ASE. Topicile acoperite oferă un binevenit prim contact cu exerciții rezolvate și propuse.

¹⁰O culegere deosebită, care demonstrează zicala: "cărțile sunt ca vinul: cu cât sunt mai vechi, cu atât mai valoroase".

Culegerea acoperă două zone de interes pentru Analiza Matematică: recapitularea de liceu, făcută din perspectiva anului I de facultate, și o bună parte din necesarul anului I.

Stilul culegerii este unul dintre cele mai prietenoase pe care le-am întâlnit: cunoștințele sunt acoperite sistematizat, cu câte un exercițiu rezolvat urmat de o listă de exerciții propuse – exerciții de antrenament. Autorii sunt dintre acei autori care nu-și propun să ajungă la Olimpiade cu cititorii lor.

- [9] Drăgușin, Constantin; Drăgușin, Lucia; Radu, Constantin: Aplicații de Algebră, Geometrie și Matematici Speciale, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1991. [Culegere de probleme, Cap. VII, VIII, IX] [TE, ER, EP, RR].
- [10] Farrell, Orin, J.; Ross, Bertram: Solved problems in Analysis – as applied to Gamma, Beta, Legendre and Bessel functions, Dover Publications Inc. New–York, 1971 [ENG, TD, ER, ACS, SS].¹¹
- [11] Filip, Argentina: Matematici aplicate în Economie, Curs în format digital, Biblioteca digitală ASE [Culegere de probleme, Cap. 3] [ER, EP].¹²
- [12] Garrett, Paul: Calculus Refresher, version 2008.4, http://www.math.umn.edu/~garrett/calculus/first_year/notes.pdf, last accessed on 02.03.2012 [ENG, TE, ER, EP, RR].¹³
- [13] Ispas, Mihai; Procopiuc, Gheorghe: Analiza Matematica - CULEGERE DE PROBLEME, Iași, 2002, <http://analizam.neuron-media.ro/>, last accessed on 02.03.2012 [este recomandat tot site-ul autorilor, pentru alte informații] [ER, RR].
- [14] Mureșan, Marian: A Concrete Approach to Classical Analysis, Springer, 2009 [ENG, TD, EP, RR, SS, ACS]¹⁴.
- [15] Neculăescu, Cristian; Vegheș, Ovidiu: Note de curs pentru Analiză Matematică, draft, platforma online a cursului.¹⁵
- [16] Rudin, Walter: Principles of Mathematical Analysis, Third Edition, McGraw–Hill, Inc. 1953, 1964, 1976 [VIP, ENG, TD, ER, EP]¹⁶ + Silvia, Evelyn M.: COMPANION NOTES A Working Excursion to Accompany Baby Rudin, 1999¹⁷.
- [17] Safier, Fred: Precalculus, Second Edition, The McGraw–Hill Companies, Inc. 1998, 2009 [ENG, ER, EP, RR].¹⁸

¹¹Această carte se ocupă exclusiv de funcțiile speciale Gamma, Beta, Legendre și Bessel, și unele aplicații ale lor. este unul dintre foarte puținele texte existente, care se ocupă exclusiv de aceste topici.

¹²Numerotările de capitole/secțiuni/subsecțiuni ar fi putut fi mult mai bune.

¹³Inclus din motive de recapitulare.

¹⁴Este un material foarte bogat în informație teoretică pentru Analiză Matematică. În plus, materialul urmărește cu consecvență aplicații în Computer Science ale zonei clasice de Analiză – este vorba despre zona numită de obicei "Computational Analytic Theory"; această zonă este prezentată în cele mai multe texte ca o extindere dinspre Analiza Complexă, așa că textul lui Marian Mureșan, care prezintă aceeași zonă dar din perspectiva Analizei Reale, este o raritate binevenită. Probabil că materialul nu este ușor de citit pentru începători – printre motive ar fi că exercițiile propuse nu au rezolvări, iar numerotările folosite în text ar fi putut fi mult mai bine făcute.

¹⁵Acest material este în formă incipientă [versiune α – nici măcar β] și are o grămadă de lipsuri; s-a ales totuși să fie pus așa cum este la dispoziția studenților, pentru că se pare că studenților li se pare folositor un asemenea material [chiar neterminat fiind, sunt vizibile anumite alegeri, preferințe și stil]. Autorilor pe de altă parte le este de folos să afe impresii din partea celor care folosesc materialul. Materialul nu are foarte multe rezultate originale [și dacă ar avea, probabil că ar fi greșit, deoarece subiectul cursului este unul clasic: în câte moduri diferite poți spune tabla înmulțirii?], dar ponderile alocate diverselor topici pot fi diferite, iar scopul declarat este "Analiză la nivel maxim de abstractizare, cu aplicații Economice și Computer Science".

¹⁶Walter Rudin, 02.05.1921–20.05.2010.

Textul este a treia ediție a cărții numită cu afecțiune [de către cei care au citit-o] "Baby Rudin". Textul este pur și simplu elegant și profund, și îl recomand cu plăcere studenților. Secțiunile cărții nu sunt numerotate, așa că vor fi apelate după numărul paginii de început din carte.

¹⁷Deși notele care acompaniază "Baby Rudin" fac parte din literatura "gri" [nu sunt publicate], sunt suficient de complete pentru a fi folosite în efortul de învățare. Trimiterile la aceste note vor fi puse laolaltă cu cele referitoare la "Baby Rudin", după ele și separate de semnul "+".

¹⁸Inclus în special din motive de recapitulare.

- [18]
- [19] Texte pentru Teoria Probabilităților
- [20] Bădin, Valeriu; Butescu, V.; Fircă, Oana; Popescu, Octavian; Raischi, Constantin; Toma, M.; Woinaroski, Sorina: *Matematici Aplicate in Economie, Volumul I, EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, BUCUREȘTI, 1993.*
- [21] Baz, D.; Beganu, Gabriela; Enăchescu, M.; Filip, Argentina; Fircă, Oana; Popescu, Octavian; Stremțan, Nicolae; Vasiliu, Dan P.: *Matematici Aplicate in Economie, Volumul II, EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, BUCUREȘTI, 1993.*
- [22] Baz, Dumitra; Baz, Sorin; Bădin, Luiza; Beganu, Gabriela; Butescu, V.; Enăchescu, M.; Filip, Argentina; Fircă, Oana; Popescu, Octavian; Raischi, Constantin; Stremțan, Nicolae; Toma, M.; Vasiliu, Dan, P.; Zaharia, G.: *Matematici Aplicate in Economie – Culegere de probleme, EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, BUCUREȘTI, 1993.*
- [23] Cenușă, Gheorghe: *Teoria Probabilităților, Biblioteca digitală ASE,*
<http://www.biblioteca-digitala.ase.ro/biblioteca/carte2.asp?id=166&idb=11>, last accessed on 18.11.2012.
- [24] Feller, W.: *An introduction to probability theory and its applications, Volume 1, third edition, Wiley, 1968.*
- [25] Feller, W.: *An introduction to probability theory and its applications, Volume 2, third edition, Wiley, 1971.*
- [26] Grimmett, G., R.; Stirzaker, D., R.: *Probability and random processes, Oxford University Press, 2001.*
- [27] Grimmett, G., R.; Stirzaker, D., R.: *One thousand exercises in probability, Oxford University Press, 2001.*
- [28] Kolmogorov, A., N.: *Foundations of the Theory of Probability, 1933, translation, second edition, CHELSEA PUBLISHING COMPANY, 1956.*
- [29] Mihoc, Gh.; Micu, N.: *Elemente de teoria probabilităților și statistică matematică – manual pentru clasa a XII-a, Editura didactică și pedagogică, 1982.*
- [30] Papoulis, Athanasios: *Probability, Random Variables and Stochastic Processes, third edition, McGraw-Hill, Inc., 1991.*
- [31] Papoulis, Athanasios; Pillai, S., Unnikrishna: *Probability, Random Variables and Stochastic Processes, third edition, Solutions Manual, McGraw-Hill, Inc., 2002.*
- [32] Schay, Geza: *Introduction to Probability with Statistical Applications – with Solutions Manual and Instructor Manual, 2007.*